不完备系统多准则决策的云 PDR 方法 *

袁旭梅，王亚娜，张　旭

(燕山大学 经济管理学院，河北 秦皇岛 066000)

摘　要：针对多准则决策问题的意义以及经典粗糙集方法在不完备系统方案排序问题中的不足，在前人基于概率优势关系(PDR)排序方法的基础上，结合云理论提出了基于云概率优势关系的不完备系统多准则决策方法，即云 PDR 排序法。将期望、熵、超熵等参数引入 PDR 方法，充分考虑了决策的模糊性、波动性和随机性，评价过程和结果更加客观全面。以煤炭资源型城市为例进行应用研究，获得其中各城市发展水平及其波动情况的排序，并通过与其他方法结果的比较验证了本文方法的优势与有效性。

关键词：多准则决策；粗糙集；不完备系统；云 PDR 方法；煤炭资源型；城市发展水平

中图分类号：TP391　　doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2017.08.0717

Cloud PDR method for multi-criteria decision making with incomplete system

Yuan Xumei, Wang Yana, Zhang Xu

(*School of Management & Economics*, *Yanshan University*, *Qinhuangdao Hebei* 066000, *China*)

Abstract: Aiming at the significance of the multi-criteria decision making problem and the insufficient of the classical rough set method in the project scheduling problems of incomplete system, a multi-criteria decision making method of incomplete system combined with cloud probabilistic dominance relation (cloud PDR) is proposed in this paper based on the predecessors' probabilistic dominance relation (PDR) sorting method. The parameters such as expectation, entropy and super entropy are introduced into the PDR method considering the fuzziness, volatility and randomness of the decision simultaneously whose evaluation processes and results are more objective and comprehensive. Taking the development level of coal resource-based city as an example, the article obtains the sorting of each city, and meanwhile verifies the advantages and the effectiveness of the method by comparing with other methods.

Key Words: multi-criteria decision making; rough set; incomplete system; cloud PDR method; coal resource type; urban development level

0　引言

多准则决策(multi-criteria decision making, MCDM)是指在多个准则或属性下，选择最优备选方案或进行备选方案排序的问题。针对该问题的方法研究已经取得了丰硕的成果，如 AHP 法、TOPSIS 法、PROMETHEE 法、因子分析法、主成分分析法[1]、粗糙集法等。粗糙集方法[2-3]作为一种信息与知识的数据分析理论，是波兰科学家 Pawlak 教授于 1982 年提出的一种新型的、能够定量分析和处理不精确、不一致、不完整等各种不完备信息的有效工具。随着研究的发展，粗糙集理论不断成熟，受到越来越多的关注并取得诸多研究成果。其中，对传统粗糙集模型的拓展，尤其是与其他方法的结合，为解决多属性决策中的排序问题提供了一种有效的方法并在众多领域获得广泛应用[4-5]。李晓莉[4]将粗糙集与 TOPSIS 法结合用于第三方供应商的评价；尹宗成等[5]结合粗糙集与信息熵对煤炭资源型城市发展水平进行评价。然而，这些研究均涉及到属性约简和权重确定，带有一定的主观性。基于此，Greco 等人[6]提出了基于优势关系的粗糙集模型，并带动了一系列的方法研究[7~11]。Zhang 等人[7]针对两类集值决策表研究了基于 α 优势的定量粗糙集模型和近似推理模型；Lyu 等人[8]提出基于优势关系的排名模型并应用于能源评估；翁世洲等人[9]基于优势关系下的粗糙集理论，通过对原有排序模型的改进，分析了新的排序模型和排序约简的概念；韦碧鹏等人[10]基于不完备序信息系统中现有优势关系存在的不足，提出了 α 优势关系的概念并设计出不完备序信息系统以及序决策系统的属性约简算法；翁世洲等人[11]探索了概率优势关系的粗糙集模型以及基于此模型的排序方法，并通过

基金项目：河北省社会科学基金资助项目（HB15GL022）；河北省自然科学基金资助项目（G2017203333）；河北省教育厅人文社会科学研究重大课题攻关项目（ZD201441）

作者简介：袁旭梅（1970-），女，河北保定人，教授，博导，主要研究方向为物流与供应链管理、创新系统管理等（yxm@ysu.edu.cn）；王亚娜（1993-），女，硕士研究生，主要研究方向为物流与供应链管理；张旭（1989-），女，博士研究生，主要研究方向为港口物流优化，供应链管理，复杂网络等.

对物流供应链的绩效评价验证其合理性。然而，这一方法虽无须确定权重但对优势关系要求相对严格，容错能力较差，在实际应用方面效果并不理想。为此，翁世洲等人[12]提出了基于概率优势关系的粗糙集模型，其仅要求两个方案满足优劣关系的属性个数达到一定比例即可，极大地简化了整个排序与决策过程。另外，考虑到实际应用中数据缺失的情况，李柏敏等人[13]进一步研究了不完备系统中的概率优势关系排序方法。综上，现有方法不断弥补并完善了传统粗糙集排序方法的不足，但是其对决策者主观模糊性和随机性的考虑仍较为欠缺，容易导致决策结果扭曲、片面等问题。针对这一现象，本文提出了基于云模型的云概率优势关系方法。

云模型是我国学者李德毅在概率论和模糊论的基础上提出了一种用语言值来描述定性概念与其定量数值之间的不确定性转换模型。随着该模型研究的日趋成熟，其已经在多个领域得到应用[14-17]。王雪青等人[14]利用云转换开展了对中国区域建筑产业竞争力的评价研究；阎长顺等人[15]针对现有的数据挖掘模型解决客户不确定性行为的不足，提出了一种基于云模型的动态客户细分分类模型；张明媛等人[16]利用云模型的正向云发生器和逆向云发生器对山东省的旱涝情况进行了综合评价；周永林等人[17]基于云模型理论提出了一种改进的多层次模糊综合评价方法。然而，现有文献中运用云模型理论和特点分析不完备系统多准则决策问题的研究还不多见。

本文在对现有多准则决策问题分析方法进行总结的基础上，结合现有的不完备系统 PDR 排序法和云理论，提出一种基于云 PDR 的不完备系统粗糙集排序方法。通过引入期望 U 、熵 A 和超熵 $S=\langle U,A,V,f\rangle$ ，使决策过程和结果充分考虑了模糊性和随机性等因素，为多准则下方案排序问题提供了更加符合客观实际和现实操作的分析思路与方法。最后，应用云 PDR 方法对煤炭资源型城市发展水平进行排序、比较和分析。

1 不完备系统的云 PDR 排序方法

1.1 不完备系统的 PDR 排序法

1.1.1 基本思路

PDR(probabilistic dominance relation)是基于概率优势关系的排序方法，在不完备系统中，其基本思想是通过构建具有容错能力的概率优势关系，根据各对象的条件属性值计算其优势度、α 概率优势类、概率优势矩阵和综合优势度，并据此确定各对象排序。

1.1.2 相关概念

定义 1 不完备系统。定义一个四元组 $S=\langle U,A,V,f\rangle$ 为一个系统，其中 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}$ 为非空有限的对象集合，称为论域； $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 为非空有限的条件属性集合（指标集）；$\{f_k:U\times A\to V_k,k\le n\}$ 是一个函数，为 U 与 A 的关系集，V_k 是 a_k 的有限值域。若存在一个属性 $a\in A$ 使得 V_k 为未知值，且均为偏序集(用*表示)，则称该系统为不完备系统，本文仍将其记作 S 。

定义 2 优势度。假设 $S=\langle U,A,V,f\rangle$ 为不完备系统，对 $\forall x_i$ ，$x_j\in U$ ， $a\in A$，称 $p_a(x_i,x_j)$ 为对象 x_j 相比于 x_i 在属性 a 下取值的优势度。若在 a 下 $x_j>x_i$ ，则 x_j 相比于 x_i 在 a 下取值的优势度为 1，即 $x_j\succ x_i$ ；若在 a 下 $x_j<x_i$ ，则 x_j 相比于 x_i 在 a 下取值的优势度为 0，即 $x_j\prec x_i$ ；若在 a 下 $x_j=x_i$ 或其中一个值为缺省值(*)，则 x_j 相比于 x_i 在 a 下取值的优势度为 0.5，即 $x_j\sim x_i$ 。（其中“ $\succ$ ”表示“优于”，“ $\sim$ ”表示“不相上下”，“ $\prec$ ”表示“劣于”）。因此，对象 x_j 在全体属性集 A 下不劣于 x_i 的优势度可记为 $p_A(x_i,x_j)$ ，其为 $p_a(x_i,x_j)$ 中取值为 1 的属性个数与 $p_a(x_i,x_j)$ 中取值为 0.5 的属性个数之和与全体属性集数量的比值。

定义 3 α -概率优势类。在不完备系统 $S=\langle U,A,V,f\rangle$ 中，称 $R_A^{\ge\alpha}$ 为 S 在 A 下的 α -概率优势关系，即 $R_A^{\ge\alpha}=\{(x_i,x_j)\mid p_A(x_i,x_j)\ge\alpha,0.5\le\alpha\le1\}$ 。给定 α ，则称 $[x_i]_A^{\ge\alpha}$ 为对象 x_i 关于 A 的 α 概率优势类，表示比对象 x_i 概率优的元素集合。

定义 4 优势矩阵和综合优势度。对概率优势类进行集合运算即可得到优势矩阵，其中的各元素用 $D_A^{\ge\alpha}(x_i,x_j)$ 表示。进一步对优势矩阵中各行元素取算术平均值即可得到各个对象的综合优势度，记为 $d_A^{\ge\alpha}(x_i)$，依据 $d_A^{\ge\alpha}(x_i)$ 即可对全体对象集进行排序。

1.2 云模型理论

1.2.1 云模型的基本概念

云模型(cloud model)是由李德毅教授在结合传统的概率统计论和模糊数学理论的基础上提出了一种用语言值来描述某个定性概念与其定量数值之间的不确定性转换模型。通常，云模型采用期望 U (expected value)、熵 A (entropy)和超熵 H_e (hyper entropy)对定性与定量相互间的映射进行刻画。其中，U 是最能代表所要研究内容定性概念的最典型样本点，即所有云滴在论域分布中的期望； A 是对定性概念不确定性的度量，由概念的随机性和模糊性共同决定，代表着一个定性概念的可度量粒度，反映了概念外延的离散程度和模糊程度，此外熵还能反映随机性和模糊性之间的关联性； H_e 是对 A 不确定程度的度量，即熵的熵，由熵的模糊性和随机性共同决定，反映了代表定性概念值的样本出现的随机性和云滴的凝聚度，同时间接地反映了云的厚度。

1.2.2 云模型的比较与运算规则

云滴 $C_1(E_{x1},E_{n1},H_{e1})$ 与 $\forall x_i$ 之间的云运算与比较规则如表 1 所示。

1.3 云 PDR 方法

假设 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 是 m 个对象， $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 为对象的 n 个属性， f_{ijk} 为第 i 个对象第 j 个属性的第 k 个值（$i=1,2,\ldots,m;j=1,2,\ldots,n;k=1,2,\ldots,L$）。云 PDR 方法的具体步骤如下。

a)属性值的云转换。

根据云模型的概念与特点，首先需要将原始数据转换为相应的云滴形式，即 $X_i(E_{x_i},E_{n_i},H_{e_i})$ 。

表 1　云运算与云比较规则

	E_x	E_n	He
+	$E_{x1}+E_{x2}$	$\sqrt{{E_{n1}}^2+{E_{n2}}^2}$	$\sqrt{{He_1}^2+{He_2}^2}$
-	$E_{x1}-E_{x2}$	$\sqrt{{E_{n1}}^2+{E_{n2}}^2}$	$\sqrt{{He_1}^2+{He_2}^2}$
×	$E_{x1}\times E_{x2}$	$\lvert E_{x1}E_{x2}\rvert\sqrt{\left(\frac{E_{n1}}{E_{x1}}\right)^2+\left(\frac{E_{n2}}{E_{x2}}\right)^2}$	$\left\lvert\frac{E_{x1}}{E_{x2}}\right\rvert\sqrt{\left(\frac{H_{e1}}{E_{x1}}\right)^2+\left(\frac{H_{e2}}{E_{x2}}\right)^2}$
÷	$E_{x1}\div E_{x2}$	$\left\lvert\frac{E_{x1}}{E_{x2}}\right\rvert\sqrt{\left(\frac{E_{n1}}{E_{x1}}\right)^2+\left(\frac{E_{n2}}{E_{x2}}\right)^2}$	$\left\lvert\frac{E_{x1}}{E_{x2}}\right\rvert\sqrt{\left(\frac{H_{e1}}{E_{x1}}\right)^2+\left(\frac{H_{e2}}{E_{x2}}\right)^2}$
$E_{x1}>E_{x2}$		$C_1(E_{x1},E_{n1},H_{e1})^{>}C_2(E_{x2},E_{n2},H_{e2})$	
$E_{n1}>E_{n2}$		$C_1(E_{x1},E_{n1},H_{e1})^{<}C_2(E_{x2},E_{n2},H_{e2})$	
$He_1>He_2$			

$$E_{x_{ij}}=\frac{\sum_{k=1}^{L}f_{ijk}}{L}\qquad E_{n_{ij}}=\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\left|f_{ijk}-E_{x_{ij}}\right|$$

$$H_{e_{ij}}=S^2=\frac{1}{L-1}\sum_{k=1}^{L}\left(f_{ijk}-E_{x_{ij}}\right)^2\qquad(1)$$

其中，期望 E_x 、熵 E_n 和超熵 H_e 的含义与前文 1.2.1 相同，这里不再赘述。

b)云优势度的计算。

设属性 a_n 下对象 x_i 的云属性值为 $X_i(E_{x_i},E_{n_i},H_{e_i})$ ，对象 x_j 的云属性值为 $X_j(E_{x_j},E_{n_j},H_{e_j})$ ，根据定义 2，两对象之间 E_x 、E_n 和 H_e 的优势度如表 2 所示。

表 2　两对象 E_x 、 E_n 和 H_e 的优势度

	$p'_a(x_i,x_j)$	$p''_a(x_i,x_j)$	$p'''_a(x_i,x_j)$
$E_{x_j}>E_{x_i}$	1		
$E_{x_i}=E_{x_j}\vee E_{x_i}=*E_{x_j}$	0.5		
$E_{x_j}<E_{x_i}$	0		
$E_{n_j}>E_{n_i}$		0	
$E_{n_i}=E_{n_j}\vee E_{n_i}=*E_{n_j}$		0.5	
$E_{n_j}<E_{n_i}$		1	
$H_{e_j}>H_{e_i}$			0
$H_{e_i}=H_{e_j}\vee H_{e_i}=*H_{e_j}$			0.5
$H_{e_j}<H_{e_i}$			

其中， $p'_a(x_i,x_j)$ 、 $p''_a(x_i,x_j)$ 和 $p'''_a(x_i,x_j)$ 分别表示对象 x_j 相比于 x_i 在属性 a 下期望 E_x 、熵 E_n 和超熵 He 的优势度。根据云滴比较规则， $E_{x_j}>E_{x_i}$ 时， $p'_a(x_i,x_j)$=1，表示对于期望 E_x ， x_j 优于 x_i ， $p'_a(x_i,x_j)$=0.5，表明 x_j 与 x_i 不相上下；相反， $E_{n_j}>E_{n_i}$ 、 $H_{e_j}>H_{e_i}$ 时， $p''_a(x_i,x_j)$ 、 $p'''_a(x_i,x_j)$ 均为 0，表示对于熵和超熵， x_j 劣于 x_i ， 即 x_j 波动更明显、不确定性更强烈。反之亦然。

综上，在属性 a 下对象 x_j 相比于 x_i 的云优势度可记为

$$p_a\left(x_i,x_j\right)=\left[p'_a,p''_a,p'''_a\right]\qquad(2)$$

类似地，对象 x_j 在全体属性集 A 下不劣于 x_i 的云优势度可记为

$$p_A\left(x_i,x_j\right)=\left[p'_A,p''_A,p'''_A\right]\qquad(3)$$

其中：

$$p'_A\left(x_i,x_j\right)=\frac{|a'|+0.5|b|}{|A|}$$
$$p''_A\left(x_i,x_j\right)=\frac{|a''|+0.5|b|}{|A|}\qquad(4)$$
$$p'''_A\left(x_i,x_j\right)=\frac{|a'''|+0.5|b|}{|A|}$$

$|a'|$ 、 $|a''|$ 和 $|a'''|$ 分别表示在 E_x 、 E_n 和 H_e 下 x_j 占优的属性个数，即 $p'_A(x_i,x_j)$ ， $p''_A(x_i,x_j)$ 和 $p'''_A(x_i,x_j)$ 中取值为 1 的属性； $|b|$ 表示 x_j 与 x_i 不相上下的属性个数，即 $p'_A(x_i,x_j)$ ， $p''_A(x_i,x_j)$ 和 $p'''_A(x_i,x_j)$ 中取值为 0.5 的属性； $|A|$ 为全体属性集的数量。

c)计算 α 概率云优势类、云优势矩阵和综合云优势度。

(a)计算 α 概率云优势类。根据定义 3，分别可得 E_x 、 E_n 和

H_e 三个特征下不完备系统 S 在 A 下的 α 概率云优势关系(E_x)以及相应的对象 x_i 的 α 概率云优势类($[x_i]_A^{\geq\alpha}, [x_i]_A^{\prime\prime\geq\alpha}, [x_i]_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha}$)。即

$$R_A^{\prime\geq\alpha} = \{(x_i,x_j) | p'_A(x_i,x_j) \geq \alpha, 0.5 \leq \alpha \leq 1\}, [x_i]_A^{\prime\geq\alpha} = \{x_j | (x_i,x_j) \in R_A^{\prime\geq\alpha}\}$$

$$R_A^{\prime\prime\geq\alpha} = \{(x_i,x_j) | p''_A(x_i,x_j) \geq \alpha, 0.5 \leq \alpha \leq 1\}, [x_i]_A^{\prime\prime\geq\alpha} = \{x_j | (x_i,x_j) \in R_A^{\prime\prime\geq\alpha}\}$$

$$R_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha} = \{(x_i,x_j) | p'''_A(x_i,x_j) \geq \alpha, 0.5 \leq \alpha \leq 1\}, [x_i]_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha} = \{x_j | (x_i,x_j) \in R_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha}\} \quad (5)$$

(b)计算云优势矩阵。根据定义 4，不完备系统 S 中 E_x、E_n 和 H_e 三个特征下各对象的云优势矩阵元素（ $D_A^{\geq\alpha}(x_i,x_j), D_A^{\prime\prime\geq\alpha}(x_i,x_j), D_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha}(x_i,x_j)$ ）满足式(6)。

$$D_A^{\prime\geq\alpha}(x_i,x_j) = \begin{cases} \dfrac{\left|[x_j]_A^{\prime\geq\alpha} - [x_i]_A^{\prime\geq\alpha}\right|}{\left|[x_j]_A^{\prime\geq\alpha} - [x_i]_A^{\prime\geq\alpha}\right| + \left|[x_i]_A^{\prime\geq\alpha} - [x_j]_A^{\prime\geq\alpha}\right|}, [x_i]_A^{\prime\geq\alpha} \neq [x_j]_A^{\prime\geq\alpha} \\ 0.5, else. \end{cases}$$

$$D_A^{\prime\prime\geq\alpha}(x_i,x_j) = \begin{cases} \dfrac{\left|[x_j]_A^{\prime\prime\geq\alpha} - [x_i]_A^{\prime\prime\geq\alpha}\right|}{\left|[x_j]_A^{\prime\prime\geq\alpha} - [x_i]_A^{\prime\prime\geq\alpha}\right| + \left|[x_i]_A^{\prime\prime\geq\alpha} - [x_j]_A^{\prime\prime\geq\alpha}\right|}, [x_i]_A^{\prime\prime\geq\alpha} \neq [x_j]_A^{\prime\prime\geq\alpha} \\ 0.5, else. \end{cases} \quad (6)$$

$$D_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha}(x_i,x_j) = \begin{cases} \dfrac{\left|[x_j]_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha} - [x_i]_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha}\right|}{\left|[x_j]_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha} - [x_i]_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha}\right| + \left|[x_i]_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha} - [x_j]_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha}\right|}, [x_i]_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha} \neq [x_j]_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha} \\ 0.5, else. \end{cases}$$

(c)计算综合云优势度。最后，根据式(6)在不完备系统 S 中计算 E_x 、 E_n 和 H_e 三个特征下各对象的综合云优势度（ $d_A^{\prime\geq\alpha}, d_A^{\prime\prime\geq\alpha}, d_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha}$ ），如式(7)所示。

$$d_A^{\prime\geq\alpha}(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^{n} D_A^{\prime\geq\alpha}(x_i,x_j)}{n} \qquad d_A^{\prime\prime\geq\alpha}(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^{n} D_A^{\prime\prime\geq\alpha}(x_i,x_j)}{n}$$

$$d_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha}(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^{n} D_A^{\prime\prime\prime\geq\alpha}(x_i,x_j)}{n} \quad (7)$$

根据综合云优势度可以获得各对象 E_x 、 E_n 和 H_e 的排序。

2 算例分析

2.1 背景与数据

以文献[1]中煤炭资源型城市发展水平排序问题为研究对象，依据其所提出的 12 个指标(工业增加值占 GDP 比重 a_1、第三产业增加值占 GDP 比重 a_2、人口自然增长率 a_3、非农业人口比重 a_4、第三产业从业人员比重 a_5、人均 GDP a_6、在岗职工平均工资 a_7、人均消费品零售额 a_8、每十万人拥有医生数量 a_9、人均教育支出 a_{10}、人均园林绿地面积 a_{11}、建成区绿化覆盖率 a_{12})，分别应用主成分分析法[1]、基于约简的粗糙集方法[5]、基于优势关系的粗糙集方法[13]以及本文所提出的云 PDR 排序方法，对唐山 x_1、大同 x_2、阳泉 x_3、晋城 x_4、朔州 x_5 和石嘴山 x_6 六个煤炭资源型城市发展水平进行排序。

考虑到数据的代表性，对于前三种方法以 2009 年数据进行计算，对于本文方法则选用 2007-2009 三年的数据进行分析(表 3)。由于各方面原因，原始数据中个别指标的数据存在缺失，因此这里所研究的煤炭资源型城市发展水平排序属于不完备系统排序问题。其中

$X = \{x_1, x_2, \cdots, x_m, m = 6\}$， $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n, n = 12\}$，

$k = \{1, 2, \cdots, L, L = 3\}$。

表 3 煤炭资源型城市的城市化水平原始数据表

U	A												
	年份	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
x_1	2007	57.42	32.25	5.72	32.60	44.11	37765	23178.40	8953.55	190.64	495.40	25.86	43.33
	2008	59.34	31.11	4.05	33.51	44.82	48054	29422.98	11101.58	184.20	638.40	26.80	44.31
	2009	57.76	32.80	4.45	*	43.70	51179	33330.85	13061.21	190.27	700.32	28.46	45
x_2	2007	52.46	41.87	10.37	46.54	50.70	15581	22449.72	5977.43	528.31	505.98	18.99	31.60
	2008	52.92	41.74	8.06	46.94	53.28	17974	25382.96	7456.09	237.53	697.75	19.03	32.08
	2009	47.69	47.09	10.90	47.28	50.68	18710	28172.02	8388.36	275.63	913.12	25.41	36.4
x_3	2007	59.07	39.05	5.16	51.58	36.26	20839	25186.36	7646.24	278.93	556.35	14.24	34.67
	2008	59.21	39.16	5.95	59.66	35.91	23593	30458.07	9518.44	264.65	660.11	25.83	37.96
	2009	57.15	41.18	4.08	67.71	36.55	26383	34730.87	11472.02	318.65	805.02	26.32	39.2
x_4	2007	63.57	31.62	4.02	23.45	45.41	18773	26401.46	5195.06	278.86	489.21	42.23	45.35
	2008	63.51	32.23	1.49	24.08	45.11	23680	30996.2	6775.44	281.69	600.37	37.48	31.33
	2009	63.32	32.54	3.83	*	43.33	27108	34197.11	8210.70	183.44	753.57	42.77	36.59
x_5	2007	60.67	30.56	11.71	25.09	50.48	21828	23457.22	5335.88	361.28	590.01	17.76	42.17
	2008	61.84	31.55	10.44	25.64	50.67	27458	27043.65	6730.02	346.33	819.25	16.28	34.34
	2009	52.34	42.4	11.53	25.74	55.68	36452	27931.92	8171.46	230.35	879.52	23.83	42.34
x_6	2007	68.08	25.19	6.21	58.92	43.70	22264	22931.00	4831.66	234.57	713.31	93.22	34.64
	2008	71.48	22.54	6.88	59.70	45.51	32102	27484.68	5917.11	232.85	821.84	98.32	39.41
	2009	65.60	29.01	5.21	60.82	44.35	37050	30320.38	7014.84	248.66	913.92	134.3	35.02

数据来源：中国城市统计年鉴 2008-2010

2.2 数据计算

根据本文 1.3，运用云 PDR 方法计算六个煤炭资源型城市所构成的不完备系统中各个城市的发展水平排序，具体步骤如下。

a)属性值的云转换。

根据方法研究的需要，首先结合式(1)对原始数据的期望 E_x 、熵 E_n 和超熵 H_e 进行计算，结果如表 4 所示。

表 4　煤炭资源型城市发展水平指标的 E_x 、E_n 和 He 值

U		A											
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
x_1	E_x	58.17	32.05	4.74	*	44.21	45666.00	28644.08	11038.78	188.37	611.37	27.04	44.21
	E_n	0.78	0.63	0.65	*	0.41	5267.33	3643.78	1390.15	2.78	77.32	0.95	0.59
	H_e	1.05	0.74	0.76	*	0.32	49260757.0	26223078	4221182.64	13.07	11046.10	1.73	0.70
x_2	E_x	51.02	43.57	9.78	46.92	51.55	17421.67	25334.90	7273.96	347.16	705.61	21.14	33.36
	E_n	2.22	2.35	1.14	0.25	1.15	1227.11	1923.45	864.35	120.77	138.34	2.84	2.03
	H_e	8.39	9.31	2.28	0.14	2.24	2676464.33	8187911	1478028.68	24975.0	41487.58	13.65	6.99
x_3	E_x	58.48	39.80	5.06	59.65	36.24	23605.00	30125.10	9545.57	287.41	673.83	22.13	37.28
	E_n	0.88	0.92	0.66	5.38	0.22	1852.00	3292.49	1284.30	20.82	87.46	5.26	1.74
	H_e	1.32	1.44	0.88	65.05	0.10	7684092.00	22857569	3659696.68	782.77	15600.60	46.75	5.48
x_4	E_x	63.47	32.13	3.11	*	44.62	23187.00	30531.59	6727.06	248.00	614.38	40.83	37.76
	E_n	0.10	0.34	1.08	*	0.86	2942.67	2753.42	1021.34	43.04	92.79	2.23	5.06
	H_e	0.02	0.22	1.99	*	1.26	17550343.0	15354936	2275267.87	3127.95	17619.24	8.47	50.16
x_5	E_x	58.28	34.84	11.23	52.28	28579.33	26144.26	26144.26	6745.78	312.65	762.93	19.29	39.62
	E_n	3.96	5.04	0.52	2.27	5248.44	1791.36	1791.36	950.45	54.87	115.28	3.03	3.52
	H_e	26.83	43.15	0.47	8.70	54408385.33	5612407.30	5612407	2010309.44	5136.43	23333.79	16.01	20.89
x_6	E_x	68.39	25.58	6.10	44.52	30472.00	26912.02	26912.02	5921.20	238.69	816.35	108.61	36.36
	E_n	2.06	2.29	0.59	0.66	5472.00	2654.01	2654.01	729.09	6.64	68.70	17.12	2.04
	H_e	8.71	10.58	0.71	0.84	56649124.00	13896688.8	13896688	1191585.48	75.23	10083.35	501.36	7.03

b)计算云优势度。

以唐山(x_1)和大同(x_2)在指标 a_2 下的数据为例计算云优势度。根据表 4，大同(x_2)在指标 a_2 下 E_x 的取值(43.57)比唐山(x_1)的 E_x 取值(32.05)大且 E_n 和 H_e 的取值也大，因此根据前述计算规则 $p_{a_2}(x_1,x_2)=[1,0,0]$ 。同理可获得其他对象的云优势度。在本算例中共涉及 6 个城市，12 个评价指标，因此会产生 30 个比较对和 360 个云优势度比较结果。由于篇幅的限制，这里不再对各云优势度一一列出。

根据云优势度，由式(4)可计算在全体属性集 A 下相应的云优势度。仍以唐山(x_1)和大同(x_2)为例，其在全体属性集 A 的云优势度如下：

$$p_A^{'}(x_1,x_2)=\frac{5+1\times0.5}{12}=0.4583，p_A^{''}(x_1,x_2)=\frac{3+1\times0.5}{12}=0.2917，$$

$$p_A^{'''}(x_1,x_2)=\frac{3+1\times0.5}{12}=0.2917。$$

即对于期望 E_x 、熵 E_n 和超熵 H_e ，大同分别以 45.83%、29.17% 和 29.17%的概率优于唐山。相反地，

$$p_A^{'}(x_2,x_1)=\frac{6+1\times0.5}{12}=0.5417，p_A^{''}(x_2,x_1)=\frac{8+1\times0.5}{12}=0.7083，$$

$$p_A^{'''}(x_2,x_1)=\frac{8+1\times0.5}{12}=0.7083。$$

即对于期望 E_x 、熵 E_n 和超熵 H_e ，唐山分别以 54.17%、70.83% 和 70.83%的概率优于大同。

同理，运用 MATLAB 程序可计算其他所有 $p_A^{'}(x_i,x_j)$ ，$p_A^{''}(x_i,x_j)$ 和 $p_A^{'''}(x_i,x_j)$ 的值，见表 5。

表 5　各比较对在全体属性集 (x_2,x_6) 下的云优势度

比较对	云优势度	比较对	云优势度
(x_1,x_2)	[0.46,0.29,0.29]	(x_1,x_6)	[0.54,0.71,0.71]
(x_1,x_3)	[0.54,0.38,0.38]	(x_2,x_3)	[0.58,0.58,0.58]
(x_1,x_6)	[0.63,0.46,0.46]	(x_2,x_4)	[0.46,0.63,0.63]
(x_2,x_1)	[0.54,0.38,0.29]	(x_2,x_5)	[0.58,0.33,0.42]
(x_1,x_6)	[0.54,0.38,0.38]	(x_2,x_6)	[0.58,0.58,0.42]
(x_3,x_1)	[0.46,0.63,0.63]	(x_4,x_1)	[0.46,0.63,0.63]
(x_3,x_2)	[0.42,0.42,0.42]	(x_4,x_2)	[0.42,0.67,0.58]
(x_3,x_4)	[0.46,0.46,0.46]	(x_4,x_3)	[0.50,0.58,0.58]
(x_3,x_5)	[0.50,0.42,0.42]	(x_5,x_4)	[0.29,0.63,0.63]
(x_3,x_6)	[0.58,0.50,0.50]	(x_5,x_6)	[0.50,0.58,0.58]
(x_4,x_1)	[0.38,0.54,0.54]	(x_6,x_1)	[0.46,0.54,0.63]
(x_4,x_2)	[0.54,0.38,0.38]	(x_6,x_2)	[0.42,0.42,0.58]
(x_4,x_3)	[0.54,0.46,0.54]	(x_6,x_3)	[0.42,0.50,0.50]
(x_4,x_5)	[0.71,0.38,0.38]	(x_6,x_4)	[0.46,0.46,0.46]
(x_4,x_6)	[0.46,0.63,0.63]	(x_6,x_5)	[0.50,0.42,0.42]

c)计算概率云优势类。

取 $\alpha=0.5$ (至少半数原则)，即在 12 个评价指标中，城市 x_j 在其中至少某 6 个指标下均比城市 x_i 的取值更优，则基本可以相信 $x_j\succ x_i$ 。依据式(5)可得各城市的云优势类，如表 6 所示。

以唐山(x_1)例，$\{x_1,x_3,x_4,x_5,x_6\}$ 表示对于期望 E_x ，阳泉、晋城、朔州和石嘴山均以过半的概率优于唐山，说明唐山平均发

基金项目：河北省社会科学基金资助项目（HB15GL022）；河北省自然科学基金资助项目（G2017203333）；河北省教育厅人文社会科学研究重大课题攻关项目（ZD201441）

作者简介：袁旭梅（1970-），女，河北保定人，教授，博导，主要研究方向为物流与供应链管理、创新系统管理等（yxm@ysu.edu.cn）；王亚娜（1993-），女，硕士研究生，主要研究方向为物流与供应链管理；张旭（1989-），女，博士研究生，主要研究方向为港口物流优化，供应链管理，复杂网络等.

展水平较低；对于熵 E_n 和超熵 H_e，$\{x_1\}$ 表示没有其他城市可以以过半的概率稳定于唐山，即唐山处于比较稳定的发展水平。

表 6　各城市发展水平的概率云优势类

	E_x	E_n	H_e
$[x_1]_A^{\ge 0.5}$	$\{x_1,x_3,x_4,x_5,x_6\}$	$\{x_1\}$	$\{x_1\}$
$[x_2]_A^{\ge 0.5}$	$\{x_1,x_2,x_3,x_5,x_6\}$	$\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_6\}$	$\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$
$[x_3]_A^{\ge 0.5}$	$\{x_3,x_5,x_6\}$	$\{x_1,x_3,x_6\}$	$\{x_1,x_3,x_6\}$
$[x_4]_A^{\ge 0.5}$	$\{x_2,x_3,x_4,x_5\}$	$\{x_1,x_4,x_6\}$	$\{x_1,x_3,x_4,x_6\}$
$[x_5]_A^{\ge 0.5}$	$\{x_3,x_5,x_6\}$	U	U
$[x_6]_A^{\ge 0.5}$	$\{x_5,x_6\}$	$\{x_1,x_3,x_6\}$	$\{x_1,x_2,x_3,x_6\}$

d)计算云优势矩阵和综合云优势度。

进一步由式(6)可得所有城市之间 E_x、E_n 和 H_e 两两比较的云优势矩阵如下：

$$D_A^{\ge 0.5}=\begin{bmatrix} [0.5,0.5,0.5] & [0.5,1,1] & [0,1,1] & [0.33,1,1] & [0,1,1] & [0,1,1] \\ [0.5,0,0] & [0.5,0.5,0.5] & [0,0,0.33] & [0.33,0,0.5] & [0,1,1] & [0,0,0.5] \\ [1,0,0] & [1,1,0.6] & [0.5,0.5,0.5] & [0.67,0.5,1] & [0.5,1,1] & [0,0.5,1] \\ [0.67,0,0] & [0.67,1,0.5] & [0.33,0.5,0] & [0.5,0.5,0.5] & [0.33,1,1] & [0.2,0.5,0.5] \\ [1,0,0] & [1,0,0] & [0.5,0,0] & [0.67,0,0] & [0.5,0.5,0.5] & [0,0,0] \\ [1,0,0] & [1,1,0.5] & [1,0.5,0] & [0.8,0.5,0.5] & [1,1,1] & [0.5,0.5,0.5] \end{bmatrix}$$

依据式(7)分别将上述优势矩阵按行取平均值，则可计算综合云优势度，如表 7 所示。

表 7　各城市发展水平的综合云优势度

城市	云优势度
唐山	[0.22,0.92,0.92]
大同	[0.22,0.25,0.47]
阳泉	[0.61,0.58,0.70]
晋州	[0.45,0.58,0.42]
朔州	[0.61,0.08,0.08]
石嘴山	[0.88,0.58,0.42]

2.3　结果分析与比较

2.3.1 煤炭资源型城市发展水平排序

根据综合云优势度可以分别对唐山、大同、阳泉、晋城、朔州和石嘴山六个煤炭资源型城市发展水平进行排序。其中，按照 E_x 排序，石嘴山、阳泉(朔州)、晋城、唐山(大同)；按照 E_n 排序，唐山、阳泉(晋城、石嘴山)、大同、朔州；按照 H_e 排序，唐山、阳泉、大同、晋城(石嘴山)、朔州。因此，根据云模型的排序规则(先根据 E_x 排序，若 E_x 相同，再根据 E_n、H_e 排序)，六个城市在云 PDR 方法下的发展水平排名为石嘴山、阳泉、朔州、晋城、唐山、大同。

2.3.2 方法结果比较

在研究方法方面，表 8 比较了主成分分析法[1]、基于约简的粗糙集方法[5]、基于优势度的粗糙集方法[13]和本文基于云优势度的粗糙集方法对六个煤炭资源型城市的排序结果。由于篇幅所制，这里不对其他方法进行一一计算，详见文献[1,5,13]。需要指出的是，由于文献[1,5]对数据的完整性要求较高，本文对缺失数据进行了补充。

对比发现，六个城市的排名总体差距不大，少数城市发生了一定程度的改变。以大同为例，其在其他方法中排名较为领先而在本文所提出的云 PDR 方法中排名则相对落后。这是由于云 PDR 方法是综合分析城市发展水平、波动情况和不确定因素的结果，而本文选用的是 2007—2009 年的数据，在现实中，煤炭市场正受到 2008 年全球经济衰退的猛烈冲击。大同作为一座典型的煤炭城市，自然处于较为艰难的困境，发展缓慢(E_x)，需求变化(E_n)和不确定风险(H_e)显著，导致排名相对落后。这与本文方法所得结果相符，说明结合云模型的优势度排序方法能够同时挖掘评价中各方面的主客观性质，结果更加全面且符合实际。

表 8　各煤炭资源型城市发展水平不同方法的排序

	主成分	信息熵	优势度	云 PDR			
				Ex	En	He	综合
唐山	6	5	4	5	1	1	5
大同	1	1	3	5	5	3	6
阳泉	2	2	1	2	2	2	2
晋城	5	6	6	4	2	4	4
朔州	4	3	5	2	6	6	3
石嘴山	3	4	2	1	2	4	1

3　结束语

本文在基于概率优势关系的粗糙集模型的基础上，结合云理论提出一种基于云 PDR 的不完备系统粗糙集排序方法。通过计算云优势度、概率云优势类和综合云优势度，依据云之间的比较规则对各方案进行排序，通过算例分析说明了方法的可行性和有效性；通过与其他相关文献结果的对比验证了方法的优势，其中云模型的数字特征(期望、熵、超熵)是使本研究方法优于其他方法、结果更加客观全面的关键。综上，云 PDR 方法可以应用到现实领域中需要考虑不确定因素的不完备系统多准则决策问题。

参考文献：

[1] 李新春，彭红军，赵晶. 煤炭资源型城市发展对策研究 [J]. 软科学, 2006 (3): 81-85.

[2] Pawlak Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982, 11 (5): 341-356.

[3] Pawlak Z, Skowron A. Rudiments of rough sets [J]. Information Sciences, 2006, 177 (1): 3-27.

[4] 李晓莉. 基于粗糙集的灰色 TOPSIS 法的第三方逆向物流供应商评价研究 [J]. 科技管理研究, 2013 (14): 67-71.

[5] 尹宗成，丁日佳，赵振保. 基于粗糙集理论的煤炭资源型城市发展水平综合评价 [J]. 煤炭学报, 2007, 32 (10): 1112-1116.

[6] Greco S, Matarazzo B, Sowiski R. Rough sets theory for multicriteria

decision analysis [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 129 (1): 1-47.

[7] Zhang H Y, Yang S Y. Feature selection and approximate reasoning of large-scale set-valued decision tables based on α-dominance-based quantitative rough sets [J]. Information Sciences, 2016.

[8] Lyu Y J, Weng S Z, Chen Q M. Application of ranking model to energy evaluation based on dominance relation [J]. International Journal of Nonlinear Science, 2012, 14 (3): 278-286.

[9] 翁世洲，吕跃进，莫京兰. 基于优势关系的排序模型及其保序性约简理论 [J]. 广西师范大学学报：自然科学版, 2013, 31 (3): 37-44.

[10] 韦碧鹏，吕跃进，李金海. α优势关系下粗糙集模型的属性约简 [J]. 智能系统学报, 2014, 9 (2): 251-258.

[11] 翁世洲，吕跃进. 基于概率优势关系的排序方法及应用 [J]. 山西大学学报：自然科学版, 2015, (03): 439-446.

[12] 翁世洲，吕跃进. 区间粗糙数的排序方法及其应用 [J]. 南京大学学报：自然科学版, 2015, (4): 818-825.

[13] 李柏敏，翁世洲，吕跃进. 基于粗糙集的广西区域物流竞争力综合评价 [J]. 济南大学学报：自然科学版, 2016, (05): 341-346.

[14] 王雪青，潘辉，刘炳胜. 基于云模型的中国区域建筑产业竞争力评价研究 [J]. 山西财经大学学报, 2012, (7): 55-66.

[15] 阎长顺，李一军. 基于云模型的动态客户细分分类模型研究 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007, (2): 299-302.

[16] 张明媛，高盼，袁永博. 云模型理论在区域旱涝评价中的应用 [J]. 模糊系统与数学, 2016, 30 (1): 174-181.

[17] 周永林，王磊. 基于云模型理论的多层次模糊综合评价法 [J]. 计算机仿真, 2016, 33 (12): 390-395.